欧拉定理：V-E+F=2 式中V表示多面体的顶点数,E表示棱数,F表示面数. 证明： 考虑一个简单多面体,将它减去一个面,然后将其余部分展平,则这时有V-E+F=1,而它变成了一个由多边形组成的网；然后连接每个多边形的对角线,直到它们都被分成三角形.在这个过程中,有的三角形的边界有一条,有的有两条.然后去掉边界三角形与其他三角形不共用的那些边界,对于只有一个边界的,它少了一条棱,也少了一个面.所以V-E+F不变,对于有两条边界的,它少了一个面,一个顶点和两条棱,所以也不变.到最后,只剩下一个三角形,它有3个顶点,三条棱和一个面,因此V-E+F=1,所以对于完整的多面体,将有V-E+F=2成立.

在展开过程中每分开一条边顶点数加一棱数加一但V-E=0，V-E+F=2仍然成立。

可以证明对任意一个平面多边形有V-E+F=1成立，所以对于完整的多面体,将有V-E+F=2成立

对曲线，曲面，圆形，球形欧拉定理仍然适用。

可吹胀成同胚球形的立体图形（如轮胎形）公式改写成V-E+F=2-2\*H（H为hole及吹胀后的孔洞数）

对首尾相连的曲线棱边，如果和任意点或边无交点，顶点数额外加一。